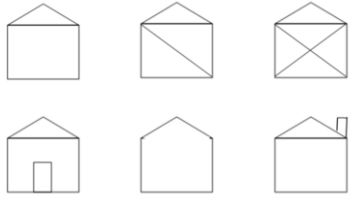


Scheda didattica 5: I Cammini Euleriani


Panoramica

| | |
|------------------|---|
| Argomento | Problemi logico-grafici. Introduzione ai cammini euleriani e alla teoria dei grafi. |
| Obiettivi | Risolvere il problema di costruire cammini euleriani su grafi senza strumenti matematici avanzati, attraverso il confronto e la sperimentazione pratica. Estrarre dai problemi una regola generale per avere le condizioni per cui un grafo ammette un cammino euleriano. Formulare ipotesi sulla base di vari casi e poi mettere alla prova l'ipotesi. |
| Materiali | <ul style="list-style-type: none"> • Schede casette per Warm-up (una ogni 1 o 2 partecipanti) inserite in cartellette di plastica – <i>Allegato 5.1</i>. • Schede studio con percorsi da analizzare (una ogni 1 o 2 partecipanti) – <i>Allegato 5.2</i>. • Fogli bianchi, matite, penne, gomme, pennarelli. |
| Durata | 90 minuti |

Le Attività - Dettagli

| | Descrizione | Organizzazione |
|----------------------|---|---|
| Riscaldamento | <p>Quando i partecipanti arrivano nella stanza, anche in momenti diversi, viene loro proposto di risolvere questo problema.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>CONSEGNA: <i>Quali casette si possono tracciare senza mai staccare la matita dal foglio e senza passare per un tratto già disegnato?</i></p> </div> </div> <p>I partecipanti provano a tracciare le diverse figure rispettando il vincolo della "linea continua" senza ripetizioni. Chi riesce a completare alcune figure può annotare quali sono possibili e quali impossibili, cercando eventuali caratteristiche comuni. Successivamente i partecipanti possono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • provare a tracciare diverse figure geometriche (casa, stella, quadrato con diagonali, | <p>Da soli o a coppie.</p> <p>Schede con casette diverse (<i>Allegato 5.1</i>) appese alle pareti o sui tavoli in cartellette di plastica, in modo che sia possibile scrivere e cancellare facilmente con i pennarelli.</p> |



| | | |
|-------------------------------|---|--|
| | <p>triangolo, ecc.) seguendo sempre le regole precedenti;</p> <ul style="list-style-type: none"> • creare disegni personalizzati da proporre ai compagni come sfida; • osservare se esistono punti di partenza obbligati per completare con successo il tracciato. <p>Si confrontano le osservazioni sui diversi tentativi per identificare quali caratteristiche rendono una figura tracciabile o non tracciabile.</p> | |
| <p>Grafi Euleriani</p> | <p>Terminata l'attività di riscaldamento, i partecipanti si spostano ai tavoli di lavoro per avviare l'attività principale: scoprire quando è possibile percorrere una rete di strade passando per ogni tratto una sola volta.</p> <p>Viene introdotto il problema attraverso una spiegazione pratica con un contesto concreto.</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 1; padding-left: 20px;"> <p>CONSEGNA: <i>Immaginate di essere un postino che deve consegnare pacchi lungo tutte le vie di un quartiere. Per risparmiare tempo e benzina, volete passare per ogni strada esattamente una sola volta, senza dover ripercorrere tratti già fatti. È sempre possibile? E se sì, da dove conviene partire?</i></p> </div> </div> <p>Viene mostrato come esempio il percorso a forma di quadrilatero e lo si percorre insieme, rispiegando le regole:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- si deve passare per ogni strada (ogni linea) esattamente una volta; 2- non si può "saltare" da un punto all'altro senza seguire le strade; 3- non si può staccare la matita dal foglio. <p>Successivamente si prende un altro grafo (ad esempio quello a forma di quadrilatero ma con una diagonale tracciata) e lo si analizza tutti insieme per mostrare che:</p> <ul style="list-style-type: none"> - esistono diverse possibilità di percorrere il tragitto completo; - in alcuni casi il percorso funziona solo se si parte o si arriva in punti specifici; - in altri casi non è possibile completare il percorso indipendentemente dal punto di partenza. | <p>Da soli o a piccoli gruppi, seduti attorno ai tavoli con schede percorsi (<i>Allegato 5.2</i>) in cartellette di plastica, in modo che sia possibile scrivere e cancellare facilmente con i pennarelli.</p> |



Vengono poi distribuite le schede studio con i vari percorsi. Per ogni mappa bisogna stabilire se è possibile completare il percorso e, in caso affermativo, da quali punti si può partire. Le schede studio contengono grafi di varia complessità: alcuni sono percorribili da qualsiasi punto di partenza, altri solo partendo da punti specifici, altri ancora sono impossibili da percorrere completamente. L'obiettivo è capire se le mappe che ammettono un percorso come descritto sopra hanno qualcosa in comune (in termini matematici: l'obiettivo è scoprire la caratterizzazione dei grafi euleriani).

Per stimolare i partecipanti al ragionamento logico e per guidarli verso la soluzione si possono introdurre alcune domande come:

- *"Provate a classificare i grafi in tre categorie: possibili da qualsiasi punto di partenza, possibili solo partendo e arrivando in certi punti specifici, impossibili."*
- *"Quando riuscite a completare il percorso, segnatevi da dove partite e dove arrivate."*
- *"Osservate i punti di partenza e arrivo: quante strade si incontrano in quei punti?"*
- *"Osservate gli altri punti: quante strade si incontrano?"*
- *"C'è una relazione tra il numero di strade che si incontrano in un punto e la possibilità di percorrere il grafo?"*

Il facilitatore può circolare tra i gruppi osservando le strategie utilizzate e, se necessario, suggerire di concentrarsi sul numero di strade che convergono in ciascun punto (il "grado" del vertice in termini matematici, anche se si può usare un linguaggio più accessibile come "numero di strade per punto").

Dopo che i partecipanti hanno provato a ragionare individualmente o in piccoli gruppi ci si riunisce per condividere le osservazioni raccolte, confrontare le classificazioni dei vari grafi e cercare di formalizzare un criterio generale che permetta di prevedere se un grafo è percorribile senza doverlo necessariamente provare.

Le ipotesi dei partecipanti possono essere messe alla prova sui grafi già presenti o su altri grafi creati dal conduttore.

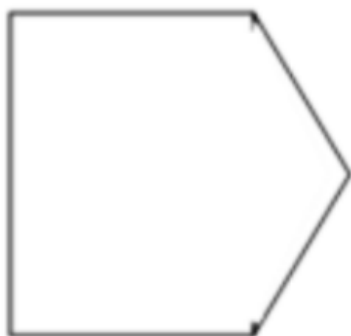
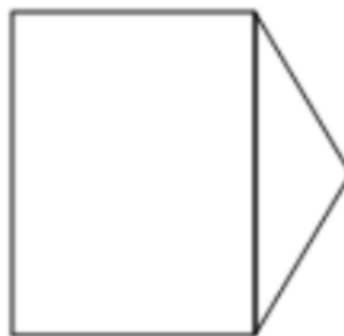
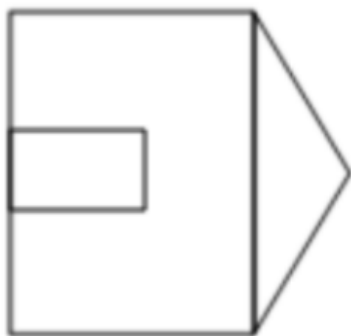
La discussione può essere guidata fino a scoprire il teorema di Eulero, per cui un grafo è percorribile passando una volta sola su tutte le strade se e solo se ha al massimo due punti in cui si incontrano un



| | | |
|--|--|--|
| | <p>numero dispari di strade. Se tutti i punti hanno un numero pari di strade, si può partire da qualunque punto; se ci sono esattamente due punti con un numero dispari di strade, bisogna partire da uno di questi due.</p> | |
|--|--|--|

Allegati 5: I Cammini Euleriani

Allegato 5.1



Allegato 5.2

L'OBIETTIVO È CREARE DEI PERCORSI IN MODO DA PASSARE PER TUTTI I MAGAZZINI, ANCHE PIÙ VOLTE, MA ATTRAVERSARE TUTTE LE STRADE UNA SOLA VOLTA. PUOI USARE QUESTO FOGLIO PER SEGNARTI LE TUE SCOPERTE:

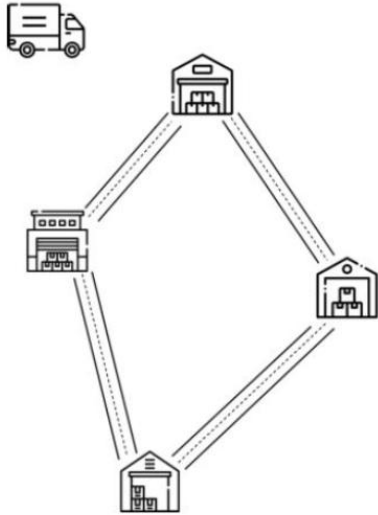
QUALI MAPPE SI POSSONO PERCORRERE?

DA QUALE MAGAZZINO BISOGNA PARTIRE?

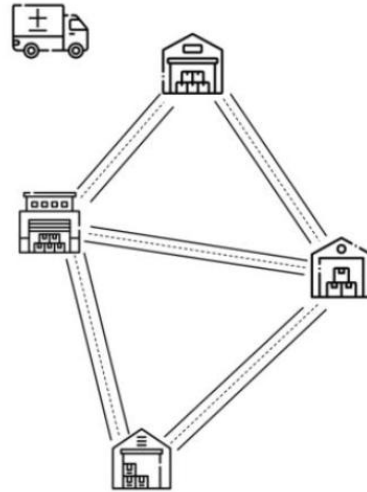
IN QUALE MAGAZZINO SI ARRIVA?

QUALI SONO LE SIMILITUDINI E LE DIFFERENZE TRA LE MAPPE?

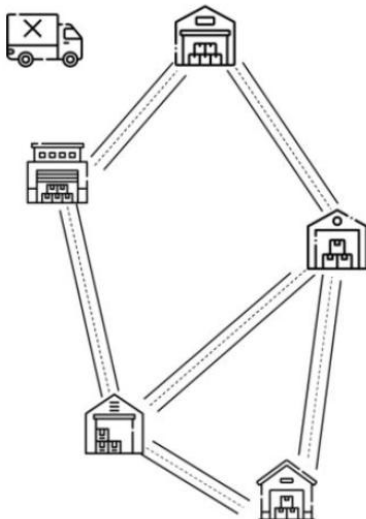




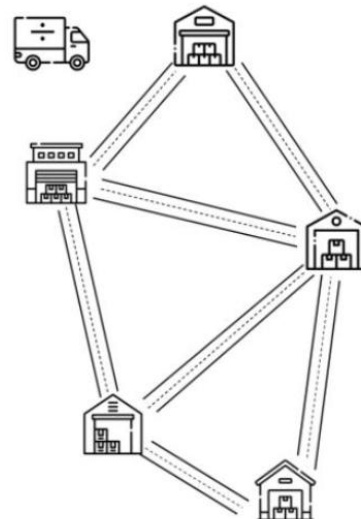
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



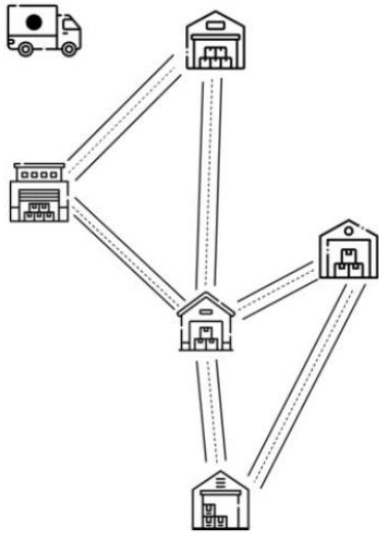
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



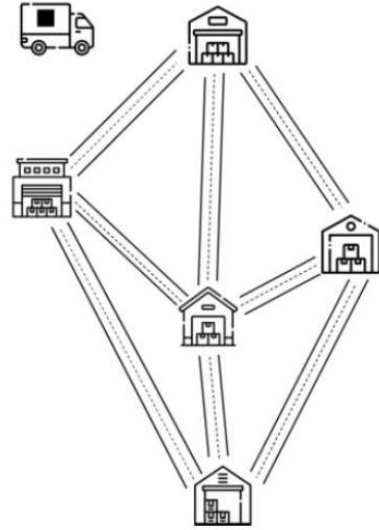
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



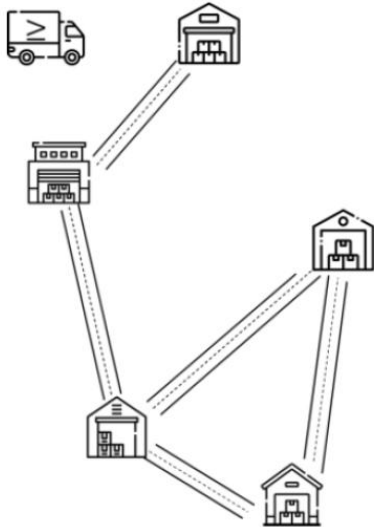
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



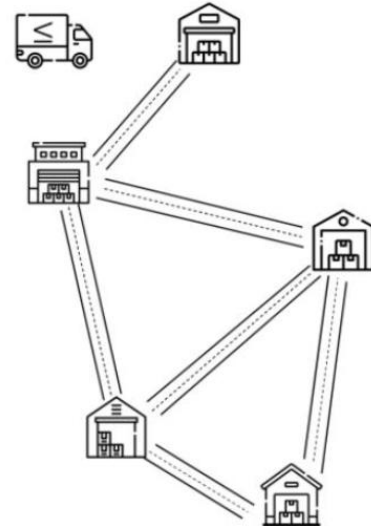
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



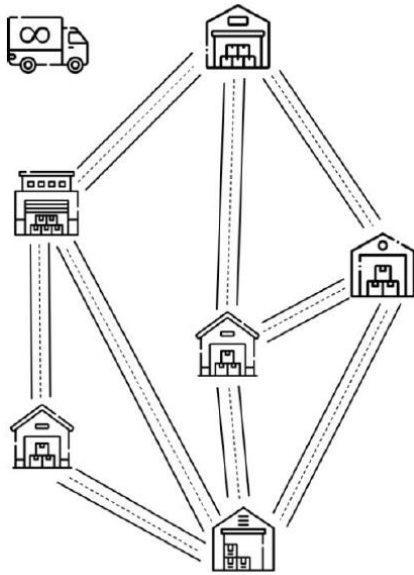
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



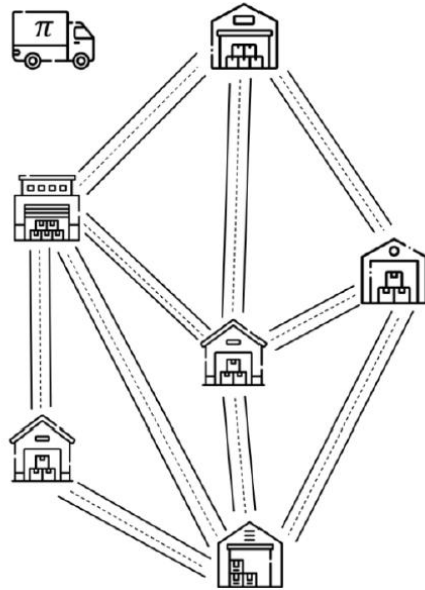
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



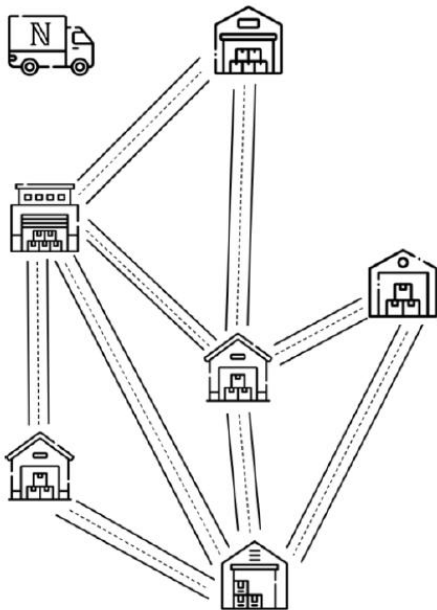
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



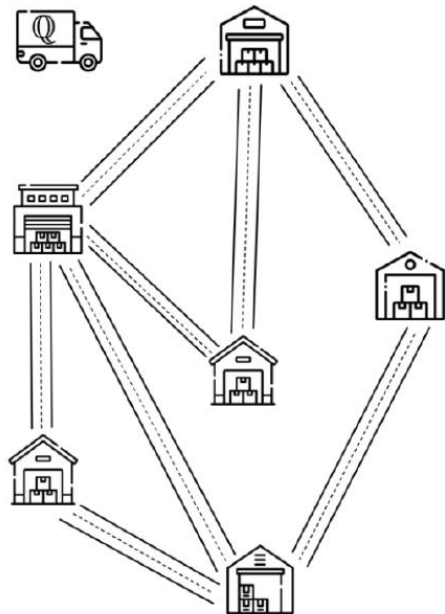
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



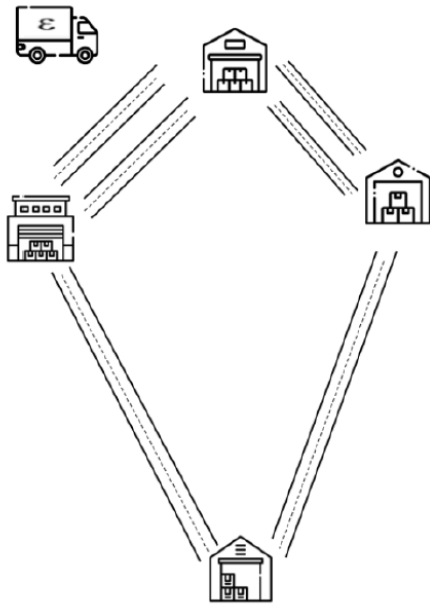
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



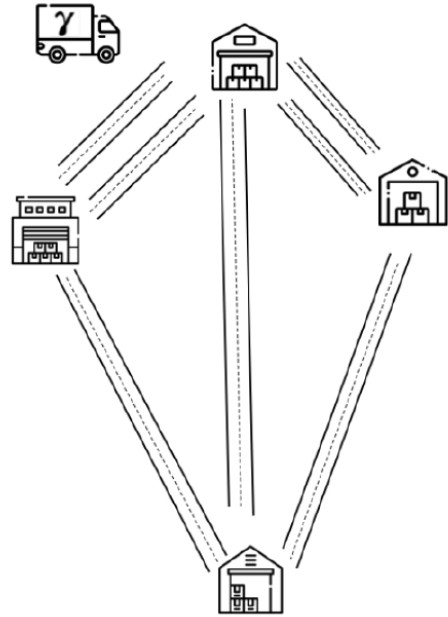
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



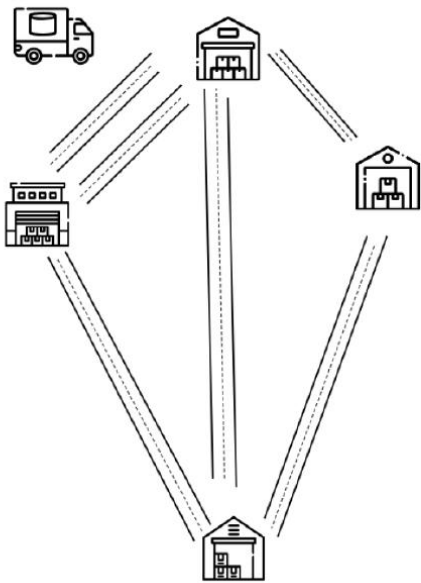
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



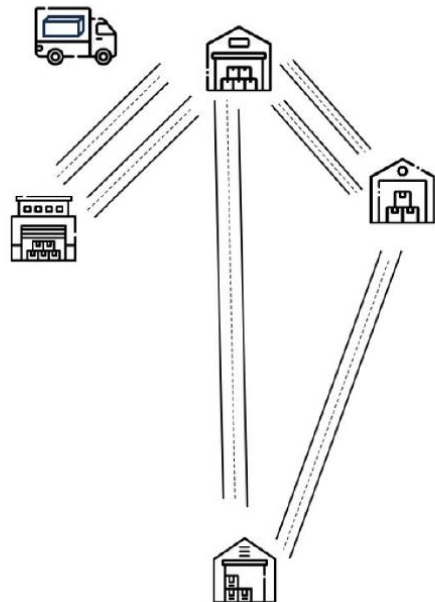
- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini



- Possibile, partendo ovunque
- Impossibile
- Possibile, solo partendo in alcuni magazzini